

# Lógica    Curso 2015-16    Forma clausular en LP

## Ejercicios resueltos - Enunciados

1. Dado el siguiente conjunto de fórmulas:

$$\{ \neg( (\neg p \rightarrow q) \rightarrow p ) , \neg p \wedge \neg s \rightarrow \neg r , \neg(\neg r \wedge s) \}$$

(a) Obtener la forma clausular del conjunto de fórmulas.

~~(b) Analizar mediante resolución si el conjunto de cláusulas es satisfacible o insatisfacible. (\*)~~

2. Pasar a forma clausular cada una de las siguientes fórmulas:

1.  $(\neg r \rightarrow q) \leftrightarrow p$

2.  $\neg(q \vee r) \rightarrow \neg(p \wedge r)$

3. Pasar a forma clausular, indicando cada paso y regla aplicada, la siguiente argumentación:

$$\{ q \rightarrow \neg p , \neg(p \wedge r) \rightarrow q , p \rightarrow \neg(q \rightarrow r) \} \models r \vee s \quad (*)$$

4. Pasar a forma clausular cada una de las siguientes fórmulas:

1.  $\neg p \rightarrow \neg(q \vee r)$

2.  $p \leftrightarrow (q \vee \neg r)$

(\*)    estos ejercicios se pusieron alguna vez en alguna evaluación

---

Dado el siguiente conjunto de fórmulas:

$$\{ \neg( (\neg p \rightarrow q) \rightarrow p ) , \neg p \wedge \neg s \rightarrow \neg r , \neg(\neg r \wedge s) \}$$

(a) Obtener la forma clausular del conjunto de formulas.

~~(b) Analizar mediante resolución si el conjunto de cláusulas es satisfacible o insatisfacible.~~

---

(a)  $\neg( (\neg p \rightarrow q) \rightarrow p )$

$$\neg(\neg(\neg p \rightarrow q) \vee p)$$

$$(\neg p \rightarrow q) \wedge \neg p$$

$$(p \vee q) \wedge \neg p$$

$$\neg p \wedge \neg s \rightarrow \neg r$$

$$\neg(\neg p \wedge \neg s) \vee \neg r$$

$$p \vee s \vee \neg r$$

$$\neg(\neg r \wedge s)$$

$$r \vee \neg s$$

$$\Rightarrow \text{Forma clausular} = \{ p \vee q, \neg p, p \vee s \vee \neg r, r \vee \neg s \}$$

---

Pasar a forma clausular cada una de las siguientes fórmulas:

1.  $(\neg r \rightarrow q) \leftrightarrow p$
  2.  $\neg(q \vee r) \rightarrow \neg(p \wedge r)$
- 

1.  $(\neg r \rightarrow q) \leftrightarrow p$

Ponemos las fórmulas en Forma Normal Conjuntiva:

- |   |  |
|---|--|
| 1. $(\neg r \rightarrow q) \leftrightarrow p$   | $A \leftrightarrow B \leftrightarrow (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$ |
| 2. $((\neg r \rightarrow q) \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow (\neg r \rightarrow q))$ | $A \rightarrow B \leftrightarrow \neg A \vee B$                                  |
| 3. $(\neg(\neg r \rightarrow q) \vee p) \wedge (p \rightarrow (\neg r \rightarrow q))$    | $A \rightarrow B \leftrightarrow \neg A \vee B$                                  |
| 4. $(\neg(\neg r \rightarrow q) \vee p) \wedge (\neg p \vee (\neg r \rightarrow q))$      | $A \rightarrow B \leftrightarrow \neg A \vee B$                                  |
| 5. $(\neg(\neg \neg r \vee q) \vee p) \wedge (\neg p \vee (\neg r \rightarrow q))$        | $A \rightarrow B \leftrightarrow \neg A \vee B$                                  |
| 6. $(\neg(\neg \neg r \vee q) \vee p) \wedge (\neg p \vee (\neg \neg r \vee q))$          | $\neg \neg A \leftrightarrow A$  |
| 7. $(\neg(r \vee q) \vee p) \wedge (\neg p \vee (\neg \neg r \vee q))$                    | $\neg \neg A \leftrightarrow A$  |
| 8. $(\neg(r \vee q) \vee p) \wedge (\neg p \vee (r \vee q))$                              | $\neg(A \vee B) \leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$                            |
| 9. $((\neg r \wedge \neg q) \vee p) \wedge (\neg p \vee r \vee q)$                        | $A \vee (B \wedge C) \leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$               |
| 10. $(p \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee r \vee q)$                |  |

Obtenemos las cláusulas:

$$FC = \{p \vee \neg r, p \vee \neg q, \neg p \vee r \vee q\}$$

2.  $\neg(q \wedge r) \rightarrow \neg(p \vee r)$

Ponemos las fórmulas en Forma Normal Conjuntiva:

- |   |  |
|---|--|
| 1. $\neg(q \wedge r) \rightarrow \neg(p \vee r)$  | $A \rightarrow B \leftrightarrow \neg A \vee B$                    |
| 2. $\neg \neg(q \wedge r) \vee \neg(p \vee r)$  | $\neg \neg A \leftrightarrow A$                                    |
| 3. $(q \wedge r) \vee \neg(p \vee r)$   | $\neg(A \vee B) \leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$              |
| 4. $(q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg r)$   | $A \vee (B \wedge C) \leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ |
| 5. $((q \wedge r) \vee \neg p) \wedge ((q \wedge r) \vee \neg r)$                         | $A \vee (B \wedge C) \leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ |
| 6. $(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \wedge ((q \wedge r) \vee \neg r)$             | $A \vee (B \wedge C) \leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ |
| 7. $(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \wedge (\neg r \vee q) \wedge (\neg r \vee r)$ |  |

Obtenemos las cláusulas:

$$FC = \{\neg p \vee q, \neg p \vee r, \neg r \vee q, \neg r \vee r\}$$

---

Pasar a forma clausular, indicando cada paso y regla aplicada, la siguiente argumentación:

$$\{ q \rightarrow \neg p, \neg(p \wedge r) \rightarrow q, p \rightarrow \neg(q \rightarrow r) \} \models r \vee s$$

---

$$\begin{array}{cccc} \{ q \rightarrow \neg p, \neg(p \wedge r) \rightarrow q, p \rightarrow \neg(q \rightarrow r) \} & \models & r \vee s \\ A1 & & A2 & A3 & B \end{array}$$

$$\begin{aligned} A1 &\equiv q \rightarrow \neg p \\ &\neg q \vee \neg p \quad \text{def } \rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A2 &\equiv \neg(p \wedge r) \rightarrow q \\ &\neg\neg(p \wedge r) \vee q \quad \text{def } \rightarrow \\ &(p \wedge r) \vee q \quad \text{doble negación} \\ &(p \vee q) \wedge (r \vee q) \quad \text{distributividad } \vee \text{ respecto } \wedge \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A3 &\equiv p \rightarrow \neg(q \rightarrow r) \\ &p \rightarrow \neg(\neg q \vee r) \quad \text{def } \rightarrow \\ &\neg p \vee \neg(\neg q \vee r) \quad \text{def } \rightarrow \\ &\neg p \vee (\neg\neg q \wedge \neg r) \quad \text{De Morgan} \\ &\neg p \vee (q \wedge \neg r) \quad \text{doble negación} \\ &(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg r) \quad \text{distributividad } \vee \text{ respecto } \wedge \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \neg B &\equiv \neg(r \vee s) \\ &\neg r \wedge \neg s \quad \text{De Morgan} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$

$$FC = \{ \neg q \vee \neg p, p \vee q, r \vee q, \neg p \vee q, \neg p \vee \neg r, \neg r, \neg s \}$$

---

Pasar a forma clausular cada una de las siguientes fórmulas:

1.  $\neg p \rightarrow \neg(q \vee r)$

2.  $p \leftrightarrow (q \vee \neg r)$

---

1.  $\neg p \rightarrow \neg(q \vee r)$

Ponemos las fórmulas en Forma Normal Conjuntiva.

- |   |  |
|---|--|
| 1. $\neg p \rightarrow \neg(q \vee r)$      | $A \rightarrow B \leftrightarrow \neg A \vee B$                    |
| 2. $\neg \neg p \vee \neg(q \vee r)$        | $\neg \neg A \leftrightarrow A$                                    |
| 3. $p \vee \neg(q \vee r)$                  | $\neg(A \vee B) \leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$              |
| 4. $p \vee (\neg q \wedge \neg r)$          | $A \vee (B \wedge C) \leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ |
| 5. $(p \vee \neg q) \wedge (p \vee \neg r)$ |  |

Obtenemos las cláusulas:

$$FC = \{ p \vee \neg q, p \vee \neg r \}$$

2.  $p \leftrightarrow (q \vee \neg r)$

Ponemos las fórmulas en Forma Normal Conjuntiva.

- |  |  |
|--|--|
| 1. $p \leftrightarrow (q \vee \neg r)$                                       | $A \leftrightarrow B \leftrightarrow (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$ |
| 2. $(p \rightarrow (q \vee \neg r)) \wedge ((q \vee \neg r) \rightarrow p)$  | $A \rightarrow B \leftrightarrow \neg A \vee B$                                  |
| 3. $(\neg p \vee (q \vee \neg r)) \wedge ((q \vee \neg r) \rightarrow p)$    | $A \rightarrow B \leftrightarrow \neg A \vee B$                                  |
| 4. $(\neg p \vee (q \vee \neg r)) \wedge (\neg(q \vee \neg r) \vee p)$       |  |
| 5. $(\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge ((\neg q \wedge \neg \neg r) \vee p)$ | $\neg \neg A \leftrightarrow A$  |
| 6. $(\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge ((\neg q \wedge r) \vee p)$           | $A \vee (B \wedge C) \leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$               |
| 7. $(\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge ((\neg q \vee p) \wedge (r \vee p))$  |  |

Obtenemos las cláusulas:

$$FC = \{ \neg p \vee q \vee \neg r, \neg q \vee p, r \vee p \}$$